



**Από τον Henry the Navigator και Os Lusíadas
στην Ευρώπη που αλλάζει**

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ποιος ήταν ο Ερρίκος ο Θαλασσοπόρος

Ο πέμπτος γιος του βασιλιά της Πορτογαλίας Ιωάννη Α΄ και της συζύγου του Φιλίππας του Λάνκαστερ, ο επονομαζόμενος «Θαλασσοπόρος», γεννήθηκε στο Πόρτο στις 4 Μαρτίου 1394, στο μέρος που σήμερα ονομάζεται “Casa do Infante” (Σπίτι του Πρίγκιπα). Σήμερα είναι δυνατόν επισκεφτεί κανείς εκεί το Κέντρο Ενημέρωσης «Ο Πρίγκιπας Ερρίκος και οι Νέοι Κόσμοι». Πέθανε στο Σάγκρες στις 13 Νοεμβρίου 1460. Η σορός του βρίσκεται σήμερα στο Μοναστήρι της Μπατάλια, που χτίστηκε από τον πατέρα του.



να



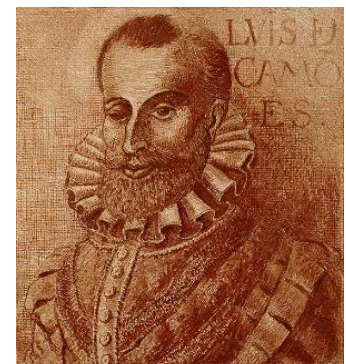
Αφιερώθηκε στη μελέτη των μαθηματικών, και ειδικά της Κοσμογραφίας. Ήταν ο αρχηγός του στόλου που αναχώρησε από το Πόρτο για να καταλάβει τη Θέουτα (το 1415), μια πόλη που βρίσκεται στη Βόρεια Αφρική, κοντά στο Στενό του Γιβραλτάρ. Αυτή η τοποθεσία ήταν σημαντικής στρατηγικής σημασίας για το εμπόριο στη Μεσόγειο, εκτός του ότι ήταν επίσης ένας σημαντικός εμπορικός κόμβος ανάμεσα στην Ασία, την Αφρική και την Ευρώπη.

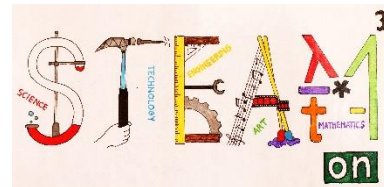
Το 1416 ή το 1419 ίδρυσε μία σχολή Κοσμογραφίας και Ναυσιπλοΐας στο ακρωτήριο του Σάγκρες. Εγκαθίδρυσε επίσης ναυπηγεία και εργαστήρια και ανέγειρε επίσης το πρώτο Πορτογαλικό αστρονομικό παρατηρητήριο. Έχοντας πλέον τις απαραίτητες προϋποθέσεις η ανακάλυψη της ακτής της Δυτικής Αφρικής από τη θάλασσα ξεκίνησε.



Τι είναι το Os Lusíadas (Οι Λουσιάδες);

Το «Os Lusíadas» (οι Λουσιάδες) είναι ένα βιβλίο γραμμένο από τον Luís de Camões, που γεννήθηκε στη Λισσαβόνα το 1524 και πέθανε στον ίδιο τόπο στις 10 Ιουνίου 1580. Είναι θαμμένος στο Μοναστήρι των Ιερωνυμιτών.





Είναι το σημαντικότερο έργο της πορτογαλικής επικής ποίησης, που αποτελείται από 10 μέρη που ονομάζονται "cantos" (άσματα). Θεωρείται ότι ολοκληρώθηκαν το 1556 και ότι εκδόθηκαν για πρώτη φορά το 1572, τρία χρόνια μετά την επιστροφή του Luís de Camões από την Ανατολική Ασία.



Το κύριο θέμα του έργου είναι οι Πορτογαλικές Ανακαλύψεις και τα θαλασσινά ταξίδια προς την Ινδία, παρόλο που μπορούμε επίσης να βρούμε κι άλλα επεισόδια σχετικά με την ιστορία της Πορτογαλίας, στα οποία ο κύριος πρωταγωνιστής είναι ο πορτογαλικός λαός.

Γενικό πλαίσιο

Αυτό είναι το Πορτογαλικό θέμα. Το Πορτογαλικό συνεργαζόμενο σχολείο είναι ένα μουσικό σχολείο και ο Ερρίκος ο Θαλασσοπόρος είναι γνωστός για την υποστήριξή του στους Πορτογάλους ναυτικούς κατά τη διάρκεια της Εποχής των Ανακαλύψεων. Γι' αυτό το λόγο αυτή η σειρά μαθημάτων θα σας μεταφέρει σε ένα ταξίδι στην Ευρώπη ακολουθώντας τους ήχους του μονόχορδου και θα σας εμπνεύσει ένα ποίημα, ένα τραγούδι, ένα ραπ, ένα θεατρικό έργο όπως έγινε και στο *Os Lusíadas* (Οι Λουσιάδες). Αφήστε λοιπόν τη δημιουργικότητά σας να οργιάσει!

ΜΕΡΟΣ 1

Θέμα	Τι είναι ήχος και ποιες ιδιότητες του είναι σημαντικές
Διαθεματικότητα	Φυσική, Τεχνολογία
Επίπεδο δυσκολίας	★ ★
Στόχοι	Οι μαθητές μαθαίνουν για τον ήχο και τις ιδιότητες του
Ικανότητες	Φυσική: μαθαίνοντας για το μήκος κύματος, την ταχύτητα του ήχου και την επίδραση της θερμοκρασίας στην ταχύτητα του ήχου Τεχνολογία: χρησιμοποιώντας προσομοιώσεις για να εξερευνήσουμε τις ιδιότητες του ήχου
Διάρκεια	100'
Απαραίτητο υλικό-λογισμικό	Υπολογιστή ή κινητό, προσομοιώσεις

ΉΧΟΣ

Τι είναι ήχος και πόσο γρήγορα διαδίδεται;

Δείτε το βίντεο.

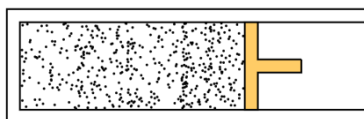
<http://seilias.gr/images/stories/myvideos/senaria/senario-5-ixos/soundFiles/sound1.mp4>



Τι είδους κίνηση εκτελούν τα διάφορα όργανα καθώς δημιουργείται ο ήχος;

Ο ήχος δημιουργείται από τις ταλαντώσεις των μορίων του αέρα. Η παρακάτω προσομοίωση δείχνει πώς κινούνται τα μόρια του αέρα σε ένα κλειστό δοχείο σε μια συγκεκριμένη θερμοκρασία.

<http://seilias.gr/erasmus/html5/gas.html>

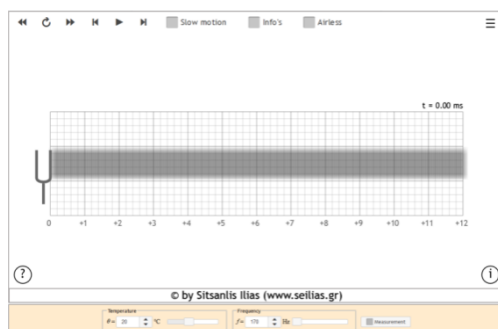


Μετακινείτε το έμβολο, σύροντάς το, έτσι ώστε να αυξήσετε ή να ελαττώσετε τον όγκο του δοχείου και περιγράψτε τι συμβαίνει.

Ο ήχος δημιουργείται από την αύξηση και την ελάττωση της πίεσης του αέρα. Ή αν θέλουμε να το θέσουμε πιο επιστημονικά: ο ήχος δημιουργείται από την μεταβολή της πυκνότητας σε ένα ελαστικό μέσο.

Κάντε κλικ στο πλήκτρο 'info' στην προσομοίωση που ακολουθεί και παρατηρήστε τις αλλαγές στην πίεση του αέρα. Κάντε κλικ στο κουμπί 'airless' και δείτε τι συμβαίνει αν δεν υπάρχει αέρας.

<http://seilias.gr/erasmus/html5/soundSpeed.html>



Δραστηριότητα 1

Ας κάνουμε κάποια πειράματα με την προσομοίωση.

Επιλέξτε θερμοκρασία 20 °C και συχνότητα 300 Hz.

Πόσο χρόνο χρειάζεται ο ήχος για να διανύσει μια απόσταση 12 μέτρων;

Ποια είναι η ταχύτητα του ήχου στους 20°C;

Ποια είναι η ταχύτητα του ήχου στους -40°C και ποιά στους 100°C?

Θερμοκρασία (°C)	Ταχύτητα ήχου (m/s)
20	
100	
-40	

Τι συμπέρασμα βγάζουμε;

Ένας απλοποιημένος τύπος που δείχνει την σχέση μεταξύ ταχύτητας του ήχου και της θερμοκρασίας είναι $v = 20 \times \sqrt{273 + T}$, με v την ταχύτητα του ήχου με μονάδα μέτρησης m/s και T την θερμοκρασία σε °C.

Χρησιμοποιήστε μια αριθμομηχανή για να ελέγξετε εάν το πείραμά σας ήταν επιτυχημένο.

Για άλλη μια φορά επιλέξτε θερμοκρασία 20 ° C. Αλλάζουμε τη συχνότητα από 100 Hz σε 500 Hz. Επιλέξτε το κουμπί ' measurement '. Στην οθόνη βλέπετε τη στιγμή κατά την οποία το κύμα περνάει το πρώτο και το δεύτερο μικρόφωνο.

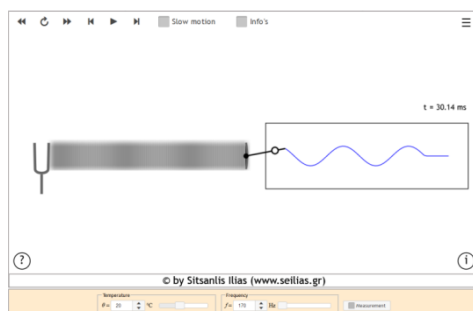
Τι συμπέρασμα βγάζουμε;

Η σπουδαιότητα της συχνότητας του ήχου

Ο ήχος ταξιδεύει υπό τη μορφή μεταβολής της πυκνότητας ενός μέσου και είναι ένα διαμήκες κύμα. Αυτό είναι ένα κύμα που κινείται προς την ίδια κατεύθυνση με τη διάδοση της ενέργειας.

Μπορείτε να δείτε ένα τέτοιο κύμα στην παρακάτω προσομοίωση.

<http://seilias.gr/erasmus/html5/waveForm.html>



Δραστηριότητα 2

Ας εξετάσουμε την επίδραση της συχνότητας στην ταχύτητα του ήχου.

Για μια ακόμη φορά επιλέξτε θερμοκρασία 20 ° C και συχνότητα 170 Hz. Υπολογίστε την ταχύτητα του ήχου όπως στη δραστηριότητα 1.

Ποια είναι αυτή η ταχύτητα;

Το κύμα εμφανίζεται τη στιγμή που ο ήχος φτάνει στην τελική θέση. Πατήστε το κουμπί της παύσης στην προσομοίωση και σημειώστε την χρονική στιγμή (t_1). Πατήστε το κουμπί play μέχρι να φτάσει το κύμα στο υψηλότερο σημείο. Πατήστε το κουμπί της παύσης ξανά και σημειώστε την χρονική στιγμή (t_2). Πατήστε το κουμπί play ξανά έως ότου τα κύματα φτάσουν στο επόμενο υψηλότερο σημείο. Πατήστε το κουμπί της παύσης ξανά και σημειώστε την χρονική στιγμή (t_3). Κάνετε το ίδιο για τις συχνότητες 200 Hz και 300 Hz.

Συχνότητα(Hz)	$t_1(s)$	$t_2(s)$	$t_3(s)$	$t_3 - t_2(s)$
170				
200				
300				

Η συχνότητα δεν έχει επίδραση στην

Η συχνότητα έχει επίδραση στην

Στη συχνότητα 170 Hz θα παρατηρήσετε υψηλή και χαμηλή πίεση _____ φορές ανά δευτερόλεπτο.

Στη συχνότητα 200 Hz θα παρατηρήσετε υψηλή και χαμηλή πίεση _____ φορές ανά δευτερόλεπτο.

Στη συχνότητα 300 Hz θα παρατηρήσετε υψηλή και χαμηλή πίεση _____ φορές ανά δευτερόλεπτο.

Ο τύπος $v = \lambda \times f$ επιτρέπει να υπολογίσετε το μήκος κύματος .

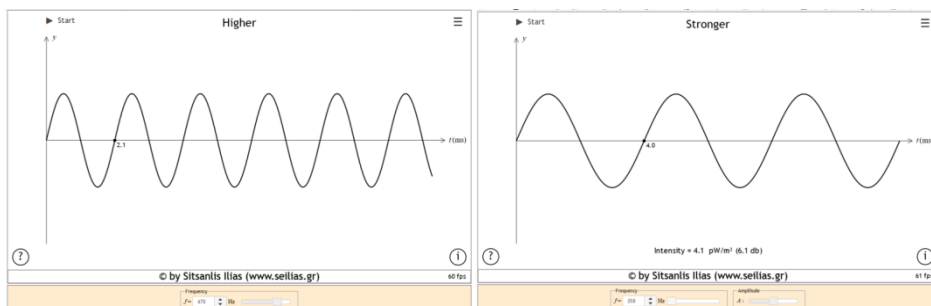
Ταχύτητα ήχου v (m/s)	Συχνότητα f (Hz)	Μήκος κύματος λ (m)
	170	
	200	
	300	

Μπορείτε να ακούσετε τι συμβαίνει όταν μεταβάλλουμε την συχνότητα του ήχου στην πρώτη προσομοίωση και τι συμβαίνει όταν αλλάζουμε το «ύψος» του κύματος στην δεύτερη προσομοίωση.

Το ύψος ενός κύματος ονομάζεται πλάτος του κύματος.

<http://seilias.gr/erasmus/html5/sound-1.html>

<http://seilias.gr/erasmus/html5/sound-2.html>



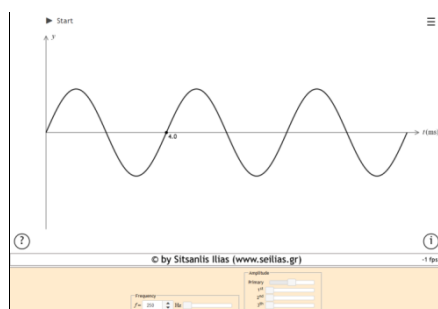
Συμπέρασμα:

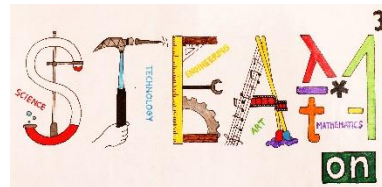
Όσο μεγαλύτερη η συχνότητα του ήχου, τόσο _____ είναι ο ήχος.

Όσο μεγαλύτερο είναι το πλάτος τόσο _____ είναι ο ήχος.

Η ακουστότητα ενός ήχου (το πόσο δυνατός είναι ένας ήχος) σχετίζεται με το φυσικό μέγεθος που το ονομάζουμε ένταση του ήχου. Μονάδα μέτρησης της ακουστότητας του ήχου είναι το ντεσιμπέλ (dB). Το φυσικό μέγεθος που περιγράφει το ύψος του ήχου είναι η συχνότητα η οποία μετρείται σε Hz.

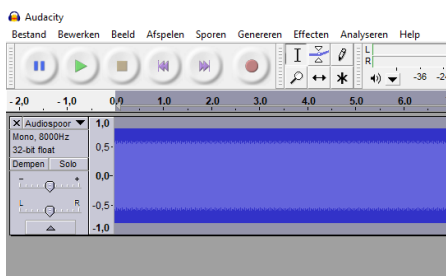
<http://seilias.gr/erasmus/html5/sound-3.html>





Δραστηριότητα 3

Κατεβάστε το πρόγραμμα Audacity.



Μερικές ιδιαιτερότητες. Αν δεν γνωρίζετε την απάντηση, αναζητήστε τη στο διαδίκτυο.

Ανοίξτε το πρόγραμμα Audacity και κάντε κλικ στο 'generate'. Στη συνέχεια, επιλέξτε 'tone'.

Ποια είναι η μικρότερη συχνότητα που μπορείτε να ακούσετε;

Ποια είναι η μεγαλύτερη;

Ποιες συχνότητες ήχου θεωρητικά γίνονται αντιληπτές από το ανθρώπινο αυτί;

Ποια ένταση ήχου μπορεί να βλάψει την ακοή σας;

Ακούτε τη βροντή 10 δευτερόλεπτα αργότερα από ότι βλέπετε την αστραπή. Πόσο μακριά είναι η καταιγίδα;

Ο χαμηλότερος τόνος ενός πιάνου έχει μήκος κύματος 12,5 m, ο υψηλότερος 8,2 cm.

Ποιο εύρος συχνοτήτων καλύπτει ένα πιάνο;

ΜΕΡΟΣ 2

Θέμα	Οι μαθητές κατασκευάζουν το δικό τους μονόχορδο
Διαθεματικότητα	Τεχνολογία, Μηχανική, Τέχνες, Μαθηματικά
Επίπεδο δυσκολίας	★ ★
Στόχοι	Να μάθουν οι μαθητές για τις διαφορετικές κλίμακες που χρησιμοποιήθηκαν για την σχέση που έχουν οι μουσικές νότες μεταξύ τους.
Ικανότητες	Τεχνολογία: χρησιμοποιούμε προσομοιώσεις για να ακούσουμε και να δούμε αυτές τις διαφορές Μηχανική: φτιάχνοντας ένα μονόχορδο Τέχνη: μελετώντας τα βασικά για την μουσική, νότες και οκτάβες Μαθηματικά: χρησιμοποιώντας κλάσματα για να ανακαλύψουμε και να περιγράψουμε τα διαστήματα μεταξύ των νωτών
Διάρκεια	200'
Απαραίτητο υλικό-λογισμικό	3 σανίδια 65 cm x 10 cm x 1.8 cm, μια βέργα 0.5 cm x 0.5 cm x 85 cm, μια χορδή κιθάρας, καρφιά, κόλλα και κατσαβίδι ή κάτι παρόμοιο

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τώρα που γνωρίζουμε ποια στοιχεία παίζουν ρόλο στην παραγωγή ήχου, μπορούμε να αρχίσουμε να κατασκευάζουμε το δικό μας μουσικό όργανο: το μονόχορδο.



Πρόκειται για ένα έγχορδο όργανο με μια χορδή και μια βάση. Το μήκος της χορδής θα μεταβάλλεται ανάλογα με ποια νότα θέλουμε να παίζουμε.

Με την εφαρμογή Piano.ark που έχει δημιουργηθεί μπορείτε να ακούσετε τις νότες μιας οκτάβας καθώς παίζονται σε αυτό το όργανο.

ΤΟ ΜΟΝΟΧΟΡΔΟ, ΚΥΜΑΤΑ ΚΑΙ ΚΛΙΜΑΚΕΣ

Το μονόχορδο χρησιμοποιούνταν από τους αρχαίους Έλληνες για να μετράει και να ελέγχει μια κλίμακα. Το όργανο εφευρέθηκε από τον Πυθαγόρα πιθανότατα καθώς μελετούσε την αναλογία μεταξύ δύο ήχων.

Όταν χρησιμοποίησε ολόκληρη τη χορδή, ακούστηκε η νότα DO, όπως φαίνεται στο σχήμα 2Α. Όταν έθεσε σε ταλάντωση μόνο τη μισή χορδή, άκουσε τη νότα DO από μια ψηλότερη οκτάβα, σχήμα.2Β. Ο λόγος συχνότητας μεταξύ της νότας DO της υψηλότερης οκτάβας και της νότας DO της χαμηλότερης οκτάβας είναι 2: 1.



Σχήμα 2Α



Σχήμα 2Β

Αυτό αποκαλείται οκτάβα δηλ. είναι το διάστημα ανάμεσα στην πρώτη νότα και στην αμέσως επόμενη όγδοη νότα.

Όταν μετακίνησε την γέφυρα με τέτοιο τρόπο ώστε η χορδή να διαιρεθεί σε τρία ίσα μέρη, κάνοντας μόνο τα δύο μέρη της χορδής να ταλαντώνονται, (Σχήμα 3B), έλαβε μία τέλεια πέμπτη νότα, τη SOL. Ο λόγος συχνότητας μεταξύ αυτού του ήχου και της νότας DO είναι 3:2.



Σχήμα3Α



Σχήμα3Β

Το ονομάζουμε αυτό τέλεια πέμπτη επειδή είναι η απόσταση μεταξύ της νότας DO και της επόμενης πέμπτης νότας, τη SOL.

Για να κατανοήσουμε την Πυθαγόρεια κλίμακα θα πρέπει να μάθουμε λίγο για την επέκταση, μείωση, προσθήκη και αφαίρεση διαστημάτων .

Τα διαστήματα μεταξύ δύο ήχων μπορούν να αναπαρασταθούν με κλάσματα.

Για παράδειγμα, το διάστημα μεταξύ των ήχων συχνότητας $f = 600$ Hz και $f' = 400$ Hz παριστάνεται από το κλάσμα $\frac{3}{2}$, αφού $\frac{f}{f'} = \frac{600}{400} = \frac{3}{2}$. Αυτό σημαίνει ότι μεταξύ της συχνότητας 600 Hz και της συχνότητας 400 Hz υπάρχει μία αναλογία 3: 2. Συνήθως γίνεται το πηλίκο μεταξύ του ήχου υψηλότερης συχνότητας και του ήχου χαμηλότερης συχνότητας .

Το διάστημα μεταξύ της νότας DO και της νότας SOL είναι η τέλεια πέμπτη.

Με δύο ήχους που σχηματίζουν ένα διάστημα μιας οκτάβας, οι συχνότητες τους θα είναι σε αναλογία 2: 1 ή $\frac{2}{1}$.

Αυξάνοντας το εύρος των ακουστικών διαστημάτων κατά μία οκτάβα

Για να μεγαλώσουμε ένα διάστημα, θα πρέπει να αυξήσουμε τη συχνότητα του υψηλότερου ήχου ή να μειώσουμε τη συχνότητα του χαμηλότερου ήχου.

Για παράδειγμα, αν πάρουμε το διάστημα $\frac{25}{24}$, υπολογίζουμε το διάστημα που αντιστοιχεί στην αύξηση μιας οκτάβας αυτού του διαστήματος.

Για να αυξήσουμε κατά μία οκτάβα, μπορούμε να μειώσουμε τη συχνότητα του χαμηλότερου ήχου στο μισό, δηλαδή θα έχουμε $\frac{\frac{25}{24}}{2} = \frac{25}{48}$ ή μπορούμε να αυξήσουμε τη συχνότητα του

υψηλότερου ήχου στο διπλάσιό του, οπότε θα έχουμε $\frac{2 \times 25}{24} = \frac{25}{12}$.



Συμπέρασμα: Αυξάνοντας το πλάτος κατά μία οκτάβα αντιστοιχεί σε διπλασιασμό της αναλογίας της συχνότητας.

Μειώνοντας το ακουστικό διάστημα κατά μια οκτάβα

Η μείωση των διαστημάτων έχει παρόμοια λογική με αυτή της αύξησης των διαστημάτων, αλλά προς την αντίθετη κατεύθυνση.

Παράδειγμα: Λαμβάνοντας υπ' όψιν την αναλογία $\frac{32}{15}$ υπολογίζουμε το διάστημα που αντιστοιχεί στη μείωση αυτού του διαστήματος κατά μία οκτάβα.

Για να μειώσουμε το διάστημα κατά μία οκτάβα, μπορούμε να διπλασιάσουμε τη συχνότητα του χαμηλότερου ήχου, έτσι θα είχαμε $\frac{32}{15 \times 2} = \frac{32}{30} = \frac{16}{15}$ ή θα μπορούσαμε επίσης να μειώσουμε τη συχνότητα του υψηλότερου ήχου κατά το ήμισυ και θα είχαμε $\frac{32}{\frac{15}{2}} = \frac{32}{7.5} = \frac{16}{15}$.

Συμπέρασμα: Η μείωση του διαστήματος κατά μία οκτάβα αντιστοιχεί στη μείωση κατά το ήμισυ του λόγου συχνότητας.

Υπολογισμός άλλων ακουστικών διαστημάτων

Θα προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε το διάστημα μεταξύ της νότας DO και της νότας SI, γνωρίζοντας ότι :

το διάστημα DO-LA = $\frac{5}{3}$ και το διάστημα LA - SI = $\frac{9}{8}$

DO-SI = (DO-LA) + (LA-SI)

$$\frac{f(SI)}{f(DO)} = \frac{f(LA)}{f(DO)} \times \frac{f(SI)}{f(LA)} = \frac{5}{3} \times \frac{9}{8} = \frac{45}{24} = \frac{15}{8}$$

Συμπέρασμα: Το άθροισμα των διαστημάτων αντιστοιχεί στο γινόμενο των λόγων συχνότητας.

Θα προσπαθήσουμε να προσδιορίσουμε το διάστημα από τη νότα FA στη νότα SOL, γνωρίζοντας ότι :

Το διάστημα DO-FA = $\frac{4}{3}$ και το διάστημα DO-SOL = $\frac{3}{2}$

FA - SOL = (DO - SOL) - (DO-FA)

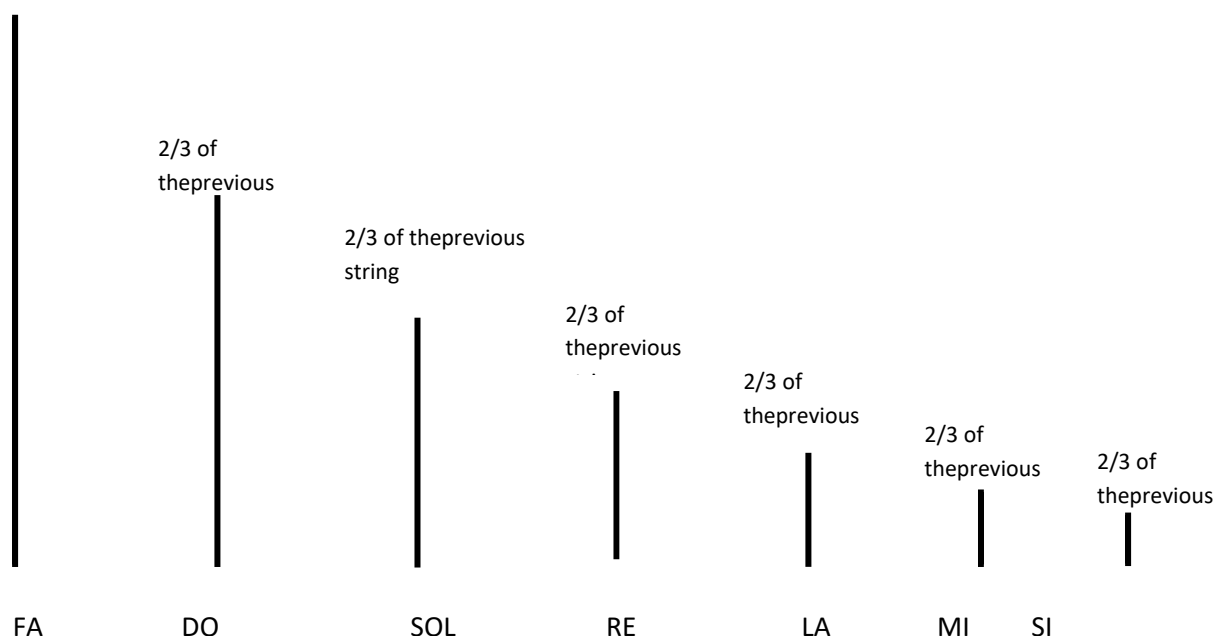
$$\frac{f(SOL)}{f(FA)} = \frac{\frac{f(SOL)}{f(DO)}}{\frac{f(FA)}{f(DO)}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{8}$$

Συμπέρασμα: Η διαφορά των διαστημάτων αντιστοιχεί στη διαίρεση των λόγων συχνότητας .

Η ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΑ ΚΛΙΜΑΚΑ

Αφού κατανοήσουμε την αύξηση και τη μείωση των διαστημάτων μπορούμε να κατανοήσουμε πώς προκύπτει η Πυθαγόρεια κλίμακα.

Για να φτιάξει την κλίμακα αυτή, ο Πυθαγόρας χρησιμοποίησε τους ήχους που πήρε από τη μείωση των χορδών που ταλαντώνονται με το $\frac{1}{3}$ του μήκους της χορδής (Εικόνα 4). Ο ήχος που παράχθηκε από κάθε μία από τις νέες χορδές, προέκυψε με διαδοχική μείωση του $\frac{1}{3}$ του μήκους της χορδής και είναι ένα τέλειο πέμπτο διάστημα σε σχέση με τον ήχο της προηγούμενης χορδής που ταλαντώνεται.



Εικόνα 4

DO-RE ακουστικό διάστημα

Για παράδειγμα, το διάστημα μεταξύ της νότας DO και της νότας RE παριστάνει δύο τέλεια πέμπτα διαστήματα οπότε θα έχουμε :

$\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$ (προσθέτοντας τα διαστήματα σημαίνει πολλαπλασιάζουμε τους λόγους συχνοτήτων)

Δεδομένου ότι το διάστημα μεταξύ της νότας DO και της νότας RE υπερβαίνει την οκτάβα, είναι απαραίτητο να μειώσουμε τη νότα RE κατά μία οκτάβα οπότε: Διαιρούμε το $\frac{9}{4}$ με το $\frac{9}{8}$ που είναι η τιμή του Πυθαγορείου τόνου .

Η αναλογία του ακουστικού διαστήματος DO-RE είναι $\frac{9}{8}$



DO-MI acoustic interval

Για το διάστημα μεταξύ της νότας DO και της νότας MI έχουμε :

FA **DO** SOL RE LA **MI** SI

$$3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 3/2 = 81/16$$

Αφού η νότα MI βρίσκεται δύο οκτάβες ψηλότερα πρέπει να μειωθεί κατά δύο οκτάβες.

Για το λόγο αυτό πρέπει να διαιρέσουμε το 81/16 με το 4, οπότε παίρνουμε **81/64** .

Η αναλογία του ακουστικού διαστήματος DO-MI είναι 81/64 .

Διάστημα MI-FA

Για το διάστημα μεταξύ της νότας MI και της νότας FA έχουμε :

FA DO SOL RE LA **MI** SI

$$3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 3/2 \times 3/2 = 243/32$$

Για να μειώσουμε τη νότα MI τρεις οκτάβες θα πρέπει να διαιρέσουμε 243/32 με το 8 οπότε έχουμε 243/256.

Αυτό είναι το διάστημα FA-MI με τη μείωση.

Για την Πυθαγόρεια κλίμακα ανεβαίνοντας τις νότες MI-FA θα πρέπει να πάρουμε τον αντίστροφο λόγο, δηλαδή 256/243.

Η αναλογία του ακουστικού διαστήματος MI-FA είναι 256/243.

Με αυτό τον τρόπο ανακαλύψαμε το Πυθαγόρειο ημιτόνιο (παράδειγμα από τη νότα MI προς τη νότα FA), το οποίο είναι 256/243 ενώ ο Πυθαγόρειος τόνος (παράδειγμα από τη νότα DO στη νότα RE) είναι 9/8.

Μπορούμε να ελέγξουμε ότι στην κλίμακα του Πυθαγόρα δύο ημιτόνια δεν ισοδυναμούν με έναν τόνο.

Έχουμε λοιπόν:

2 Πυθαγόρεια ημιτόνια είναι $256/243 \times 256/243 = 1.1099$ και ένας Πυθαγόρειος τόνος είναι $9/8 = 1.125$

Το διάστημα που υπολείπεται από τα δύο Πυθαγόρεια ημιτόνια για να γίνει ένας Πυθαγόρειος τόνος ονομάζεται Πυθαγόρειο κόμμα.

Το Πυθαγόρειο κόμμα ισούται με 1 Πυθαγόρειο τόνο - 2 Πυθαγόρεια ημιτόνια

Δραστηριότητα 4

Συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα με τις συχνότητες για κάθε διάστημα της πυθαγόρειας κλίμακας.

Πίνακας 1 – Λόγος συχνότητας για κάθε ακουστικό διάστημα

DO-RE	RE-MI	MI-FA	FA-SOL	SOL-LA	LA-SI	SI-DO
9/8	9/8	256/243	9/8	9/8	9/8	256/243

Στον πίνακα 2 αποτυπώνεται η αναλογία συχνότητας μεταξύ κάθε νότας και της τονικότητας της.

Χρησιμοποιώντας της πληροφορίες του πίνακα 1, μπορείτε να υπολογίσετε τον λόγο συχνότητας μεταξύ DO-LA και DO-SI.

Υπό σταθερή τάση, το μήκος της χορδής είναι αντιστρόφως ανάλογη του ύψους του ήχου. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 2 – Πυθαγόρεια κλίμακα

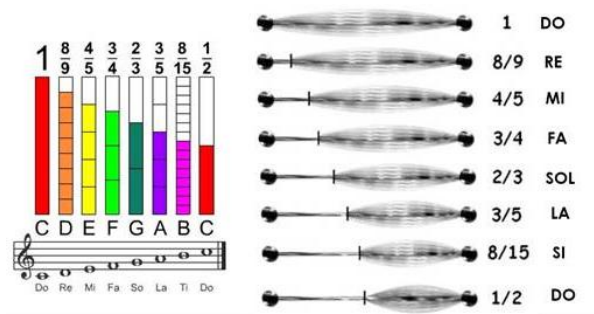
Νότες	DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI	DO
Αναλογία συχνότητας μεταξύ νότας και τονικότητας (DO)	1/1	9/8	81/64	4/3	3/2	27/16	243/128	2/1
Μήκος χορδής (m)								

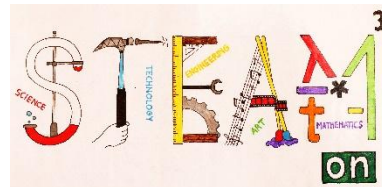
ΚΛΙΜΑΚΑ ΤΖΑΡΛΙΝΟ

Το σύστημα του Πυθαγόρα ήταν ιδανικό για την εποχή της Αρχαιότητας και του Μεσαίωνα, αλλά ακατάλληλο για την πολυφωνική μουσική, καθώς δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στις συγχορδίες. Και τότε εμφανίστηκε η κλίμακα Τζαρλίνο.

Από το 300 π.Χ. οι άνθρωποι έψαχναν έναν εναλλακτικό τρόπο συντονισμού από αυτόν του Πυθαγόρα

Η παρακάτω εναλλακτική λύση χρησιμοποιεί απλούστερα κλάσματα.





Δραστηριότητα 5

Στον πίνακα 3 αποτυπώνεται η αναλογία συχνότητας για κάθε ακουστικό διάστημα στην κλίμακα Τζαρλίνο.

Πίνακας 3 - Κλίμακα Τζαρλίνο (naturaltuning)

Αναλογία συχνότητας για κάθε ακουστικό διάστημα

DO-RE	RE-MI	MI-FA	FA-SOL	SOL-LA	LA-SI	SI-DO
9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15

Παρατηρούμε ότι στην κλίμακα Τζαρλίνο έχουμε τρία διαφορετικά διαστήματα (9/8, 10/9 και 16/15).

Πόσα διαστήματα είχαμε στην Πυθαγόρεια κλίμακα;

Στον πίνακα 4 αποτυπώνεται η αναλογία συχνότητας για κάθε νότα και τονικότητα της στην κλίμακα Τζαρλίνο.

Χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες του πίνακα 3, υπολογίστε την αναλογία συχνότητας μεταξύ DO-MI και DO-FA.

Πίνακας 4 - Κλίμακα Τζαρλίνο (naturaltuning)

Νότες	DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI	DO
Αναλογία συχνότητας μεταξύ νότας και τονικότητας	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2

ΚΛΙΜΑΚΑ ΙΣΟΥ ΣΥΓΚΕΡΑΣΜΟΥ

Η πυθαγόρεια κλίμακα και η κλίμακα Τζαρλίνο παρουσιάζουν κάποια πρακτικά προβλήματα, ειδικά όσον αφορά το κούρδισμα μουσικών οργάνων με πλήκτρα, γιατί έχουν άνισες αναλογίες συχνοτήτων.

Για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα, δημιουργήθηκε η κλίμακα ίσου συγκερασμού, η οποία περιέχει 12 νότες με ίσα διαστήματα. Το διάστημα μεταξύ δυο συνεχόμενων νοτών είναι πάντα $\sqrt[12]{2}$.

Δραστηριότητα 6

Ποια είναι η χρησιμότητα των μαθηματικών σε αυτή την ενότητα ;

Τα μαθηματικά θα σας δώσουν την δυνατότητα να συμπληρώσετε την συχνότητα όλων των διαφορετικών νοτών από όλες τις μουσικές σκάλες.

Με αυτά τα κλάσματα, μπορείτε να βρείτε την συχνότητα όλων των διαφορετικών νοτών που υπάρχουν σε κάθε κλίμακα, γνωρίζοντας έστω την συχνότητα της μιας νότας από αυτές (για παράδειγμα LA 440 Hz).

Συμπληρώστε τον πίνακα.

Μουσικές Νότες	Πυθαγόρεια κλίμακα	Τέλειο κούρδισμα	Κλίμακα ίσου συγκερασμού
DO	261	264	261.6
RE	294	297	293.7
MI	330	330	329.6
FA	348	352	349.2
SOL	392	396	392
LA	440	440	440

Πάρτε την τέταρτη οκτάβα για παράδειγμα. Οι παρακάτω προσομοιώσεις σας επιτρέπουν να ακούσετε και να διακρίνετε τις διαφορετικές τονικότητες της νότας FA.

<http://seilias.gr/erasmus/html5/notesPythagora.html>

<http://seilias.gr/erasmus/html5/notesReine.html>

<http://seilias.gr/erasmus/html5/notesAccuracy.html>

Δραστηριότητα 7



Υπό σταθερή τάση , το μήκος της χορδής είναι αντιστρόφως ανάλογη του ύψους του ήχου .

Έτσι, αν ολόκληρη η χορδή αντιστοιχεί στο DO 264 Hz, η μισή χορδή αντιστοιχεί στο DO 528 Hz.

Συμπληρώστε στους παρακάτω πίνακες το μήκος των χορδών.

Με ποια από τις παρακάτω κλίμακες θα ήταν ευκολότερο να κατασκευάσουμε με ακρίβεια το μονόχορδό μας;

Γιατί αυτό;

Πυθαγόρεια κλίμακα	C do	D re	E mi	F fa	G sol	A la	B si	C do
Αναλογία συχνότητας μεταξύ νότας και τονικότητας	1	9/8	81/64	4/3	3/2	27/16	243/128	2
Μήκος χορδής (m)	1							1/2

Κλίμακα Τζαρλίνο	do	re	mi	fa	sol	la	si	do
Αναλογία συχνότητας μεταξύ νότας και τονικότητας	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2
Μήκος χορδής (m)	1							1/2

Κλίμακα ίσου συγκερασμού	do	re	mi	fa	sol	la	si	do
Αναλογία συχνότητας μεταξύ νότας και τονικότητας	1	$(\sqrt[12]{2})^2$	$(\sqrt[12]{2})^4$	$(\sqrt[12]{2})^5$	$(\sqrt[12]{2})^7$	$(\sqrt[12]{2})^9$	$(\sqrt[12]{2})^{11}$	2
Μήκος χορδής (m)	1							1/2

Δραστηριότητα 8

Ας φτιάξουμε το μονόχορδό μας.

Υλικά: 3 σανίδια (mdf) διαστάσεων 65 cm x 10 cm x 1.8 cm, μια βέργα διαστάσεων 0.5 cm x 0.5 cm x 85 cm, μια χορδή κιθάρας, μερικά καρφιά, κόλλα και μια βίδα με κεφαλή ή κάτι παρόμοιο.



Θα πρέπει να μπορείτε να μειώνετε το μήκος της χορδής των 60 εκ. για να παίξετε την κάθε νότα. Θα πρέπει πάνω στην βέργα να σημειώσετε σε ποιο σημείο θα πατήσετε την χορδή, ώστε να παίξετε την συγκεκριμένη νότα. Θα πρέπει λοιπόν να υπολογίσετε όλα τα κλάσματα ξανά, αλλά με παρονομαστή 60.

Συμπληρώστε τον πίνακα 11

Πίνακας 11

Νότα	DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI	DO
Κλάσμα μήκους χορδής	1	8/9	4/5	3/4	2/3	3/5	8/15	1/2
Μετατροπή κλάσματος με παρονομαστή 60 cm								

Κόψτε από την βέργα 2 κομμάτια των 10 cm και ένα κομμάτι 60 cm.

Σημειώστε στο κομμάτι των 60 cm τα κλάσματα.

Έτσι, όταν πατάτε την χορδή σε αυτά τα σημεία που σημειώσατε στην βέργα να ακούγεται η νότα DO, RE, MI, FA, ...

Κόψτε από την μια πλευρά της σανίδας 1.8 cm x 65 cm x 0.5 cm.



Συναρμολογήστε όλα τα κομμάτια όπως φαίνονται στην παρακάτω εικόνα. Στην μια πλευρά της σανίδας τοποθετήστε ένα καρφί, όπου θα δέσετε την χορδή, ενώ στην άλλη μια βίδα με στρόγγυλη κεφαλή ή κάτι παρόμοιο.



Τεντώστε την χορδή, στρίβοντας την βίδα. Προσοχή μην κοπεί η χορδή!

Προσέξτε επίσης η χορδή να ακουμπάει στην κάθετη βέργα, ώστε να έχει μήκος 60 εκ.

Χρησιμοποιήστε το δάχτυλο ή κάποιο αντικείμενο ώστε να μειώνεται το μήκος της χορδής και παίξτε το παρακάτω κομμάτι .



Πιθανότατα το αποτέλεσμα να μην είναι τέλειο.

Δείτε την προσομοίωση :<http://seilias.gr/erasmus/html5/notesReine.html>

Ποια είναι η συχνότητα της νότας DO στις επτά οκτάβες;

	1η	2η	3η	4η	5η	6η	7η
Συχνότητα DO(Hz)	33	66	132	264	528	1056	2112

Μια ιδανική χορδή παράγει δονήσεις που αντιστοιχούν στον τύπο $f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Όπου $n = 1, 2, 3, 4, \dots$, f η συχνότητα σε Hertz, L το μήκος της χορδής σε μέτρα, T η τάση της χορδής σε Newton και μ η μάζα ανά μέτρο kg/m.

Συνεπώς όχι μόνο το μήκος της χορδής είναι σημαντικό, αλλά και η μάζα, καθώς και η τάση. Άρα υπάρχουν 3 τρόποι να αυξήσουμε την συχνότητα μιας χορδής.

Προσπαθήστε να κουρδίσετε το μονόχορδό σας σύμφωνα με το μονόχορδο που ακούγεται στο app (Piano.apk) ή το app του STEAM 2 (soundcorset).

Δραστηριότητα 9

Όσοι από εσάς είστε μουσικοί, δοκιμάστε να παίξετε το παρακάτω τραγούδι .



ΜΕΡΟΣ 3

Θέμα	Ταξιδεύοντας με τις νότες του μονόχορδου, διηγούμενοι την ιστορία του ταξιδιού μας
Διαθεματικότητα	Γεωγραφία-Τεχνολογία-Τέχνες
Επίπεδο δυσκολίας	★
Στόχοι	Οι μαθητές ανακαλύπτουν την Ευρώπη με έναν παιχνιδιάρικο τρόπο, την ιστορία, τις παραδόσεις, τις αξίες της, δημιουργώντας το δικό τους ταξίδι με τις νότες του μονόχορδου.
Ικανότητες	Γεωγραφία: κάνοντας ένα ταξίδι σε χώρες και πόλεις Τεχνολογία: χαράζουν μια διαδρομή χρησιμοποιώντας το Google Earth Τέχνες: γράφουν ένα τραγούδι, ποίημα, ένα θεατρικό κομμάτι για να περιγράψουν το ταξίδι τους
Διάρκεια	150 λεπτά
Απαραίτητο υλικό-λογισμικό	Google Earth – Διαδίκτυο

ΤΑΞΙΔΕΥΟΥΜΕ ΣΤΗΝ ΕΥΡΩΠΗ ΜΕ ΤΙΣ ΝΟΤΕΣ ΜΙΑΣ ΟΚΤΑΒΑΣ

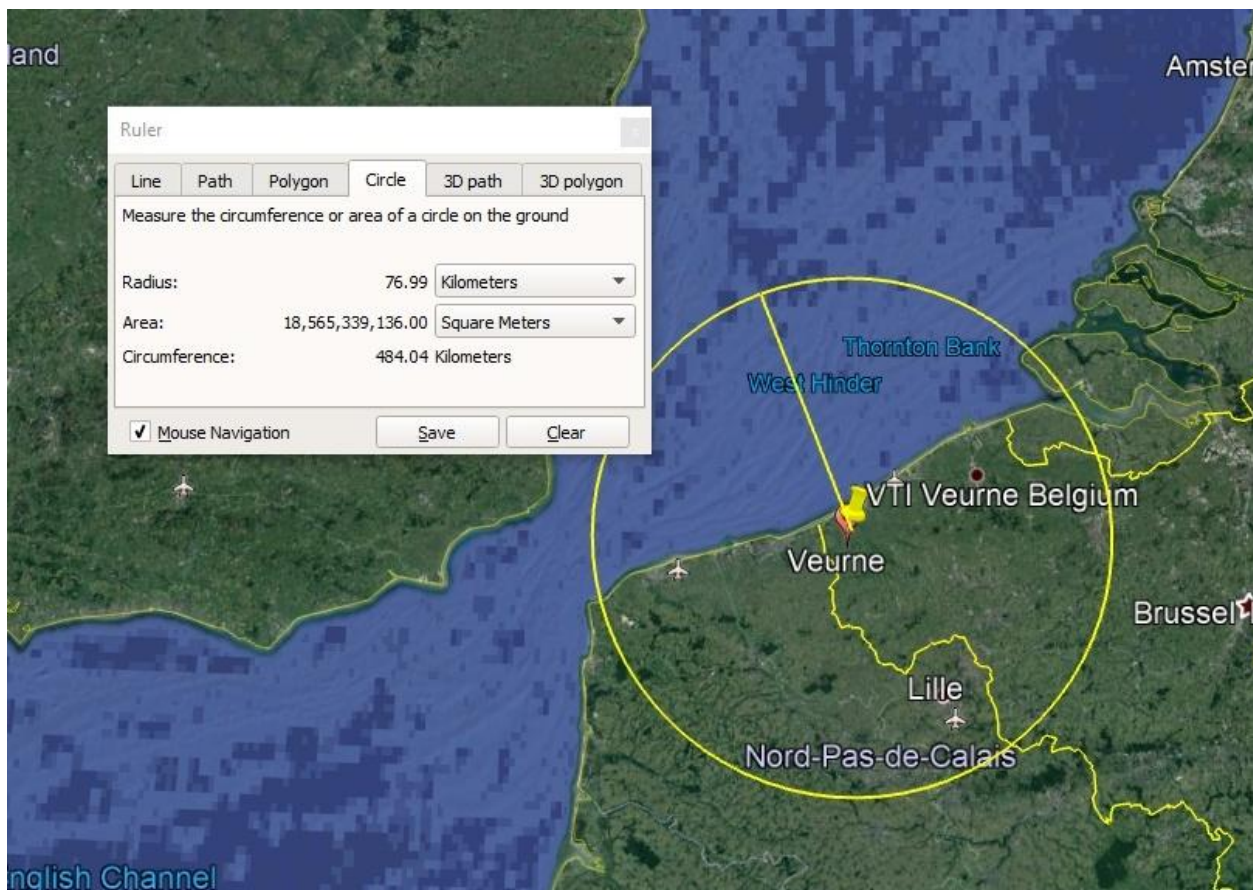
Δραστηριότητα 10

Βάλτε τα κλάσματα του πίνακα 21 με παρονομαστή το 1000.

DO	1000/1000
RE	
MI	
FA	
SOL	
LA	
SI	
DO	

Γι' αυτή τη δραστηριότητα χρησιμοποιούμε το Google Earth.

Τοποθετήστε την πόλη σας στο Google Earth. Πατήστε το Ruler tool και επιλέξτε το Circle. Σχεδιάστε έναν κύκλο γύρω από την πόλη σας.



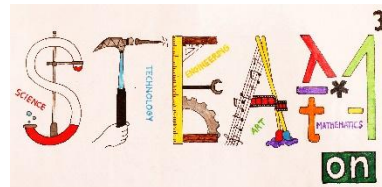
Κάντε zoom out ώστε να μπορείτε να δείτε όλη την Ευρώπη. Μεγαλώστε τον κύκλο μέχρι η ακτίνα να είναι ίση με τον παρονομαστή της νότας 'RE' σε χιλιόμετρα. Επιλέξτε μία χώρα που βρίσκεται στην περίμετρο του κύκλου. Κάντε Zoom in σε εκείνη τη χώρα και διαλέξτε μια πόλη που γνωρίζετε και είναι τοποθετημένη εντός του κύκλου.

Τώρα κάνουμε ένα εικονικό ταξίδι σε εκείνη την πόλη μέσα από το Διαδίκτυο. Ίσως να βρείτε κάποιον διάσημο, που γεννήθηκε εκεί, ίσως να βρείτε ένα γευστικό φαγητό, ίσως να βρείτε διάσημους εφευρέτες που εργάστηκαν εκεί, ίσως κάτι ενδιαφέρον ανακαλύφθηκε εκεί ή ίσως... . Ψάξτε το Διαδίκτυο και συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

Από αυτό το μέρος συνεχίστε τη διαδρομή σας με τον ίδιο τρόπο, σχεδιάζοντας έναν κύκλο με ακτίνα ίση με τον παρονομαστή του MI σε χιλιόμετρα. Αλλά πρέπει να μείνετε στην Ευρώπη.

Τώρα συμπληρώστε όλο τον πίνακα.

	Χώρα	Πόλη	Ενδιαφέρον στοιχείο
DO			
RE			
MI			
FA			
SOL			
LA			
SI			
DO			



ΠΕΙΤΕ ΤΗΝ ΙΣΤΟΡΙΑ ΣΑΣ

Δραστηριότητα 11

Γράψτε ένα ποίημα, ένα τραγούδι, ένα θεατρικό έργο ή κάντε ένα σχέδιο ή μια ζωγραφιά που περιγράφει το ταξίδι σας. Στο τέλος παρουσιάστε το ταξίδι σας στην τάξη.

Σε περίπτωση που δεν έχετε καμία έμπνευση, αυτό είναι που μπορείτε να κάνετε: γράψτε ένα μικρό ποίημα χαϊκού.

Το χαϊκού είναι μία παραδοσιακή γιαπωνέζικη ποιητική φόρμα. Είναι ένας τρόπος να κοιτάξουμε στον φυσικό κόσμο και να δούμε κάτι βαθύτερο, όπως το βαθύτερο νόημα της ύπαρξης. Θα πρέπει να αφήνει στον αναγνώστη ένα δυνατό συναίσθημα ή μια αίσθηση.

Ένα χαϊκού χρησιμοποιεί λίγες λέξεις για να συλλάβει μία στιγμή. Ένα χαϊκού είναι γραμμένο σε τρεις στίχους, με πέντε συλλαβές στον πρώτο στίχο, επτά συλλαβές στον δεύτερο στίχο και πέντε συλλαβές στον τρίτο στίχο. Οι στίχοι σπάνια κάνουν ομοιοκαταληξία.

Ίσως πρώτα μπορείτε να ψάξετε μερικά χαϊκού στο Διαδίκτυο.

Τώρα κάνετε καταιγισμό ιδεών με λέξεις που σχετίζονται με το θέμα σας. Γράψτε το τρίστιχο ποίημά σας με το σχήμα 5-7-5.